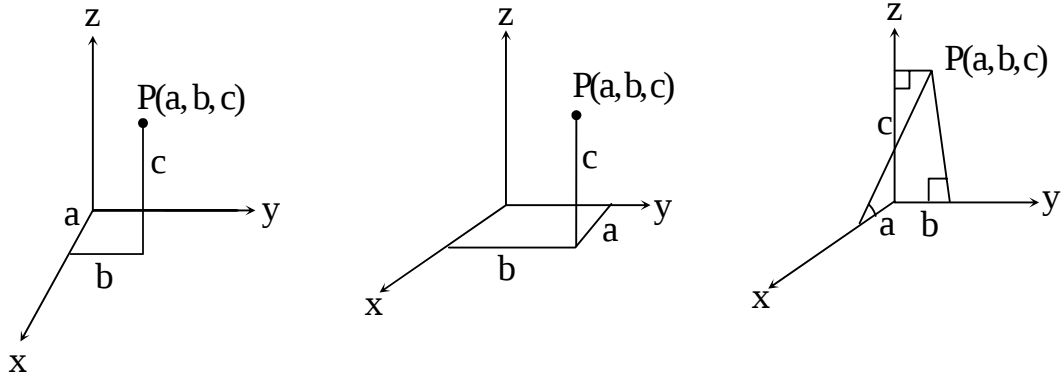


11. Cartesian Geometry

D-3, Coordinate Geometry

(Cartesian co-ordinates of a point in space):



(निर्देशांक तल त्रिविम को आठ भागों में विभाजित करते हैं। ये भाग अष्टांशक (octants) कहलाते हैं।)

Distance formula:

दो बिन्दुओं $A(x_1, y_1, z_1)$ एवं $B(x_2, y_2, z_2)$ के बीच की दूरी

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

बिन्दु $P(x, y, z)$ की मूलबिन्दु से दूरी : $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

बिन्दु $P(x, y, z)$ की निर्देशांक-अक्षों से दूरी : $\sqrt{y^2 + z^2}, \sqrt{z^2 + x^2}, \sqrt{x^2 + y^2}$

Section formula:

बिन्दु P इस प्रकार है, कि यह $A(x_1, y_1, z_1)$ और $B(x_2, y_2, z_2)$ को मिलाने वाली रेखा को अनुपात $m_1 : m_2$ में अन्तः विभाजित या बाह्यतः विभाजित करता है, तो P के निर्देशांक हैं,

$$\left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 z_2 + m_2 z_1}{m_1 + m_2} \right) \quad (\text{अन्तः विभाजन के लिए विभाजन सूत्र})$$

$$\left(\frac{m_1 x_2 - m_2 x_1}{m_1 - m_2}, \frac{m_1 y_2 - m_2 y_1}{m_1 - m_2}, \frac{m_1 z_2 - m_2 z_1}{m_1 - m_2} \right) \quad (\text{बाह्य विभाजन के लिए सूत्र})$$

$$\text{त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक : } \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}, \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3} \right)$$

($(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ एवं (x_3, y_3, z_3) त्रिभुज के शीर्ष हैं)

- **find direction cosines and direction ratios:**

यदि एक निर्देशित रेखा x, y, z अक्षों की धनात्मक दिशा से क्रमशः α, β, γ कोण बनाती है, तो $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ को उस रेखा की दिक् कोज्याएँ कहते हैं ।

संकेत (Notations) : $l = \cos\alpha, m = \cos\beta$ तथा $n = \cos\gamma$,

परिणाम: $l^2 + m^2 + n^2 = 1$.

x अक्ष की दिक् कोज्याएँ : $(1, 0, 0)$

y -अक्ष की दिक् कोज्याएँ : $(0, 1, 0)$

z -अक्ष की दिक् कोज्याएँ : $(0, 0, 1)$

यदि तीन संख्याएँ a, b, c इस प्रकार हों कि $\frac{a}{\lambda} = \frac{b}{m} = \frac{c}{n}$ $\left(\frac{\lambda}{a} = \frac{m}{b} = \frac{n}{c} \right)$ तो a, b, c रेखा के दिक् अनुपात कहलाते हैं ।

find direction ratios a, b, c from direction cosines l, m, n :

$$l = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, m = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, n = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

या

$$l = -\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, m = -\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}, n = -\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

दो बिन्दुओं $P(x_1, y_1, z_1)$ एवं $Q(x_2, y_2, z_2)$ को मिलाने वाली रेखा PQ के दिक् अनुपात :

$$x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1$$

- **angle between two lines:**

यदि दो सरल रेखाओं जिनकी दिक् कोज्याएँ l_1, m_1, n_1 एवं l_2, m_2, n_2 हैं, के बीच कोण θ हो तो

$$\cos\theta = l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2.$$

रेखाएँ लम्बवत् होंगी यदि $l_1l_2 + m_1m_2 + n_1n_2 = 0$

रेखाएँ समान्तर होंगी यदि $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$

यदि दो सरल रेखाओं जिनके दिक् अनुपात a_1, b_1, c_1 एवं a_2, b_2, c_2 हैं, के बीच कोण θ हो तो

$$\cos \theta = \pm \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{\Sigma(a_1 b_2 - a_2 b_1)^2}}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

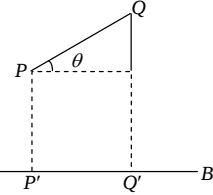
रेखाएँ लम्बवत् होंगी यदि $a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$

रेखाएँ समान्तर होंगी यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

- दो बिन्दुओं $P(x_1, y_1, z_1)$ एवं $Q(x_2, y_2, z_2)$ को मिलाने वाली रेखा का अन्य रेखा, जिसकी दिक् कोज्याएँ l, m, n हैं, पर $\mathbf{i}\mathbf{j}\mathbf{k}$

PQ का AB पर प्रक्षेप = $PQ \cos \theta$

$$= l(x_2 - x_1) + m(y_2 - y_1) + n(z_2 - z_1)$$



x-अक्ष पर PQ का प्रक्षेप : $x_2 - x_1$

y-अक्ष पर PQ का प्रक्षेप : $y_2 - y_1$

z-अक्ष पर PQ का प्रक्षेप : $z_2 - z_1$.

- fundamental trihedron :**

समतल XOY : $z = 0$

समतल YOZ : $x = 0$

समतल ZOX : $y = 0$

सरल रेखा

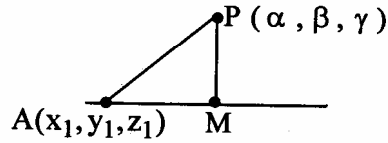
- एक स्थिर बिन्दु (x_1, y_1, z_1) से गुजरने वाली सरल रेखा, जिसके दिक् अनुपात a, b, c हैं, का समीकरण $\frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c} (=r)$

(इस रेखा पर स्थित व्यापक बिन्दु के निर्देशांक : $(ar + x_1, br + y_1, cr + z_1)$)

- दो बिन्दुओं $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$ से गुजरने वाली सरल रेखा का समीकरण :

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} = \frac{z-z_1}{z_2-z_1}$$

- बिन्दु $P(\alpha, \beta, \gamma)$ से रेखा $\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n}$ पर डाले गये लम्ब की लम्बाई:



$$PM = \sqrt{AP^2 - AM^2}$$

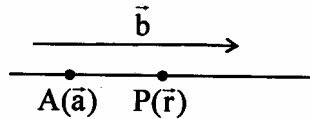
$$AM = l(\alpha - x_1) + m(\beta - y_1) + n(\gamma - z_1)$$

- दो सरल रेखाएँ जो न समान्तर हैं, और न ही प्रतिच्छेद करती हैं, विषम रेखाएँ कहलाती हैं।

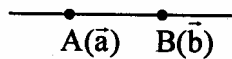
$$\text{दो सरल रेखाएँ } \frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{b_1} = \frac{z-z_1}{c_1} \text{ and } \frac{x-x_2}{a_2} = \frac{y-y_2}{b_2} = \frac{z-z_2}{c_2}$$

$$\text{विषम रेखाएँ होंगी यदि } \begin{vmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} \neq 0.$$

- रेखा जिनकी दिक् कोज्याएँ l, m, n हैं, के समान्तर इकाई सदिश : $l\hat{i} + m\hat{j} + n\hat{k}$
रेखा जिसके दिक् अनुपात a, b, c हैं, के समान्तर इकाई सदिश : $a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}$
- सरल रेखा का समीकरण (सदिश रूप) :



$$\text{रेखा का समीकरण: } \vec{r} = \vec{a} + \lambda \vec{b}$$

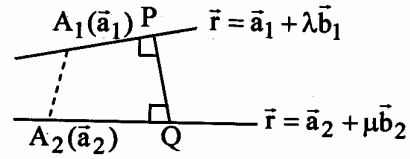


$$\text{रेखा का समीकरण: } \vec{r} = \vec{a} + \lambda(\vec{b} - \vec{a})$$

- दो विषम रेखाओं $\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}_1$, $\vec{r} = \vec{a}_2 + \mu \vec{b}_2$ के बीच न्यूनतम दूरी :

PQ = A₁A₂ का न्यूनतम दूरी की रेखा PQ पर प्रक्षेप

$$= \left| (\vec{a}_2 - \vec{a}_1) \cdot \frac{\vec{b}_1 \times \vec{b}_2}{|\vec{b}_1 \times \vec{b}_2|} \right|$$



- विषम रेखाओं $\frac{x-x_1}{a_1} = \frac{y-y_1}{b_1} = \frac{z-z_1}{c_1}$ और $\frac{x-x_2}{a_2} = \frac{y-y_2}{b_2} = \frac{z-z_2}{c_2}$ के बीच न्यूनतम दूरी :

$$\frac{\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\sqrt{(b_1 c_2 - b_2 c_1)^2 + (c_1 a_2 - c_2 a_1)^2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1)^2}}$$

- दो समान्तर रेखाओं $\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}$, $\vec{r} = \vec{a}_2 + \mu \vec{b}$ के बीच दूरी : $\left| \frac{(\vec{a}_2 - \vec{a}_1) \times \vec{b}}{|\vec{b}|} \right|$

- रेखाएँ $\vec{r} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}_1$ तथा $\vec{r} = \vec{a}_2 + \lambda \vec{b}_2$ समतलीय होंगी यदि $[\vec{a}_1 - \vec{a}_2 \ \vec{b}_1 \ \vec{b}_2] = 0$

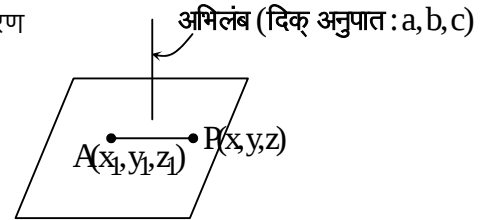
lery

• lery dk lehjdj.k (विभिन्न रूप):

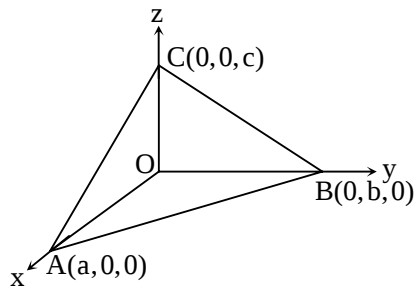
बिन्दु (x_1, y_1, z_1) से गुजरने वाले समतल का समीकरण

$$a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$$

$$ax + by + cz + d = 0 \quad \leftarrow \text{व्यापक रूप}$$



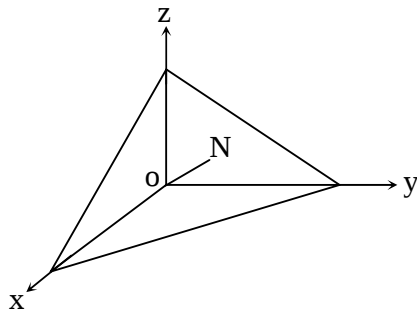
(जहाँ a, b, c समतल के अभिलंब के दिक् अनुपात हैं।)



समतल निर्देशांक अक्षों पर a, b, c लम्बाई का अन्तःखण्ड काटता है।

$$\text{समतल का समीकरण : } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

(अन्तःखण्ड रूप)



l, m, n समतल के अभिलंब की दिक् कोज्याएँ हैं एवं p मूल बिन्दु से समतल पर डाले गये लम्ब ON की लम्बाई है।

$$\text{समतल का समीकरण : } lx + my + nz = p$$

(अभिलम्ब रूप)

• fo'k"k fLFkfr e: lery dk lehjdj.k

मूलबिन्दु से गुजरने वाले समतल का समीकरण $\parallel ax + by + cz = 0$

YOZ-समतल के समान्तर (x-अक्ष के लम्बवत्) समतल का समीकरण $\parallel x = c$

ZOX-समतल के समान्तर (y-अक्ष के लम्बवत्) समतल का समीकरण $\parallel y = c$

XOY-समतल के समान्तर (z-अक्ष के लम्बवत्) समतल का समीकरण $\parallel z = c$

x-अक्ष के समान्तर (YOZ-समतल के लम्बवत्) समतल का समीकरण $\parallel by + cz + d = 0$

y-अक्ष के समान्तर (ZOX-समतल के लम्बवत्) समतल का समीकरण $\parallel ax + cz + d = 0$

z-अक्ष के समान्तर (XOY-समतल के लम्बवत्) समतल का समीकरण $\parallel ax + by + d = 0$

- समतल $ax + by + cz + d = 0$ के समान्तर समतल का समीकरण $\parallel ax + by + cz + d' = 0$
- दो समतलों $L_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ एवं $L_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ के प्रतिच्छेदन से जाने वाले समतल का समीकरण $\parallel$

$$(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) + \lambda(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0 \quad (L_1 + \lambda L_2 = 0, \text{ जहाँ } \lambda \text{ प्राचल है})$$

- तीन असमरेखीय बिन्दुओं $(x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2)$ एवं (x_3, y_3, z_3) से गुजरने वाले समतल का

$$\text{समीकरण : } \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

- सरल रेखा $\frac{x - x_1}{a_1} = \frac{y - y_1}{b_1} = \frac{z - z_1}{c_1}$ से गुजरने वाले तथा रेखा $\frac{x - x_2}{a_2} = \frac{y - y_2}{b_2} = \frac{z - z_2}{c_2}$ के समान्तर समतल का समीकरण :

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0$$

- रेखाओं $\frac{x - x_1}{a_1} = \frac{y - y_1}{b_1} = \frac{z - z_1}{c_1}$, $\frac{x - x_2}{a_2} = \frac{y - y_2}{b_2} = \frac{z - z_2}{c_2}$ के समतलीय होने का

$$\text{प्रतिबंध : } \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0$$

- रेखा $\frac{x - x_1}{a_1} = \frac{y - y_1}{b_1} = \frac{z - z_1}{c_1}$ के समतल $ax + by + cz + d = 0$ में स्थित होने का प्रतिबंध :

(i) रेखा, समतल के समान्तर हो $(aa_1 + bb_1 + cc_1 = 0)$ एवं

(ii) रेखा का बिन्दु समतल में हो $(ax_1 + by_1 + cz_1 + d = 0)$

- दो समतलों $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ तथा $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ के बीच कोण θ :

(समतलों के बीच कोण, समतलों के अभिलंबों के मध्य कोण के बराबर होता है।)

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{\sqrt{(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2)(a_2^2 + b_2^2 + c_2^2)}} \right)$$

यदि $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$, तो समतल एक-दूसरे के लम्बवत् होंगे।

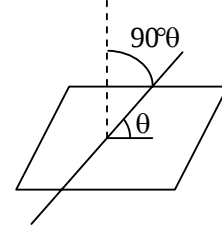
यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, तो समतल एक-दूसरे के समान्तर होंगे।

- समतल $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ और रेखा $\frac{x-\alpha}{a_2} = \frac{y-\beta}{b_2} = \frac{z-\gamma}{c_2}$ के बीच कोण θ हैं, तो

$$\cos(90^\circ - \theta) = \frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}.$$

रेखा, समतल के लम्बवत् होगी, यदि $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.

रेखा, समतल के समान्तर होगी, यदि $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$.



- बिन्दु $P(x_1, y_1, z_1)$ से समतल $ax + by + cz + d = 0$ पर डाले गये लम्ब की लम्बाई $\parallel$

$$\frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$
- दो समान्तर समतलों $ax + by + cz + d_1 = 0$ एवं $ax + by + cz + d_2 = 0$ के बीच की दूरी

$$\frac{|d_2 - d_1|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$
- समतल $ax + by + cz + d = 0$ के सापेक्ष दो बिन्दुओं $P(x_1, y_1, z_1)$ तथा $Q(x_2, y_2, z_2)$ की स्थिति :
 समतल के एक ही तरफ यदि $(ax_1 + by_1 + cz_1 + d)(ax_2 + by_2 + cz_2 + d) > 0$
 समतल के विपरीत ओर यदि $(ax_1 + by_1 + cz_1 + d)(ax_2 + by_2 + cz_2 + d) < 0$
- दो समतलों $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ एवं $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ के बीच कोणार्धक
 समतलों के समीकरण : $\frac{a_1x + b_1y + c_1z + d_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2z + d_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$.

यदि $d_1d_2 > 0$ और $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 < 0$ तो मूलबिन्दु न्यूनकोण में स्थित होगा।

यदि $d_1d_2 > 0$ और $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 > 0$, तो मूलबिन्दु अधिककोण में स्थित होगा।

vH;kl i'u

- यदि बिन्दु $(-1, 3, 2)$, $(-4, 2, -2)$ तथा $(5, 5, \lambda)$ समरेखीय हों तो $\lambda =$
 (a) -10 (b) 5 (c) -5 (d) 10
- निम्नलिखित में से किससे बिन्दु $(1, 2, 3)$ की दूरी $\sqrt{10}$ है
 (a) मूलबिन्दु (b) x -अक्ष (c) y -अक्ष (d) z -अक्ष
- एक समतल पर निर्देशाक्षों को A, B, C पर मिलता है तथा त्रिभुज ABC का केन्द्रक (α, β, γ) है, तब समतल का समीकरण है
 (a) $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 3$ (b) $\frac{x}{\alpha} + \frac{y}{\beta} + \frac{z}{\gamma} = 1$ (c) $\frac{3x}{\alpha} + \frac{3y}{\beta} + \frac{3z}{\gamma} = 1$ (d) $\alpha x + \beta y + \gamma z = 1$
- मूलबिन्दु से बिन्दुओं $(-9, 4, 5)$ तथा $(10, 0, -1)$ को मिलाने वाली रेखा पर डाले गये लम्ब के पाद के निर्देशांक होंगे
 (a) $(-3, 2, 1)$ (b) $(1, 2, 2)$ (c) $(4, 5, 3)$ (d) इनमें से कोई नहीं
- यदि एक रेखा त्रिविमीय निर्देशांक अक्षों के साथ क्रमशः α, β, γ कोण बनाती है, तो $\cos 2\alpha + \cos 2\beta + \cos 2\gamma =$
 (a) -2 (b) -1 (c) 1 (d) 2
- एक रेखा के निर्देशांक अक्षों पर प्रक्षेप क्रमशः $4, 6, 12$ हैं। रेखा की दिक् कोज्यायें हैं
 (a) $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{6}{7}$ (b) $2, 3, 6$ (c) $\frac{2}{11}, \frac{3}{11}, \frac{6}{11}$ (d) इनमें से कोई नहीं
- एक रेखा धनात्मक X एवं Y अक्षों से क्रमशः 45° व 60° का कोण बनाती है। उसी रेखा द्वारा धनात्मक z -अक्ष से बने कोण का मान है
 (a) 30° या 60° (b) 60° या 90° (c) 90° या 120° (d) 60° या 120°
- बिन्दु (a, b, c) की x -अक्ष से न्यूनतम दूरी है
 (a) $\sqrt{a^2 + b^2}$ (b) $\sqrt{b^2 + c^2}$ (c) $\sqrt{c^2 + a^2}$ (d) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
- रेखा $x - y + z - 5 = 0 = x - 3y - 6$ के दिक् अनुपात हैं
 (a) $3, 1, -2$ (b) $2, -4, 1$ (c) $\frac{3}{\sqrt{14}}, \frac{1}{\sqrt{14}}, \frac{-2}{\sqrt{14}}$ (d) $\frac{2}{\sqrt{41}}, \frac{-4}{\sqrt{41}}, \frac{1}{\sqrt{41}}$
- रेखाएँ $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{-k}$ तथा $\frac{x-1}{k} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-5}{1}$ समतलीय होंगी, यदि
 (a) $k = 0$ या -1 (b) $k = 0$ या 1 (c) $k = 0$ या -3 (d) $k = 3$ या -3
- उन सरल रेखाओं के बीच का कोण, जिनकी दिक् कोज्यायें समीकरणों $l + m + n = 0$, $l^2 + m^2 - n^2 = 0$ को सन्तुष्ट करती हैं, होगा
 (a) $\frac{2\pi}{3}$ (b) $\frac{\pi}{6}$ (c) $\frac{5\pi}{6}$ (d) $\frac{\pi}{3}$

12. रेखा $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{-9}$ से बिन्दु $(2, 4, -1)$ की लम्बवत् दूरी है
 (a) 3 (b) 5 (c) 7 (d) 9
13. रेखाओं $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$ तथा $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ का प्रतिच्छेद बिन्दु हैं
 (a) $(-1, -1, -1)$ (b) $(-1, -1, 1)$ (c) $(1, -1, -1)$ (d) $(-1, 1, -1)$
14. मूलबिन्दु से जाने वाली तीन रेखाओं की दिक् कोज्यायें $l_1, m_1, n_1; l_2, m_2, n_2$ तथा l_3, m_3, n_3 हैं। रेखायें समतलीय होंगी, यदि
 (a) $\begin{vmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{vmatrix} = 0$ (b) $\begin{vmatrix} l_1 & m_2 & n_3 \\ l_2 & m_3 & n_1 \\ l_3 & m_1 & n_2 \end{vmatrix} = 0$
 (c) $l_1 l_2 l_3 + m_1 m_2 m_3 + n_1 n_2 n_3 = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं
15. समतलों $2x - y + z = 6$ तथा $x + y + 2z = 7$ के बीच का कोण है
 (a) 30° (b) 45° (c) 0° (d) 60°
16. बिन्दुओं $(-2, 4, 7)$ व $(3, -5, 8)$ को मिलाने वाली रेखा को समतल $x - 2y + 3z = 17$ निम्न अनुपात में विभाजित करेगा
 (a) $10 : 3$ (b) $3 : 1$ (c) $3 : 10$ (d) $10 : 1$
17. तीन बिन्दुओं $(1, 1, 1)$, $(1, -1, 1)$ एवं $(-7, -3, -5)$ से जाने वाले समतल का समीकरण होगा
 (a) $3x - 4z + 1 = 0$ (b) $3x - 4y + 1 = 0$ (c) $3x + 4y + 1 = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं
18. उस समतल का समीकरण, जो बिन्दुओं $(1, 1, 1)$ और $(1, -1, -1)$ से होकर जाता है तथा $2x - y + z + 5 = 0$ के लम्बवत् है, है
 (a) $2x + 5y + z - 8 = 0$ (b) $x + y - z - 1 = 0$
 (c) $2x + 5y + z + 4 = 0$ (d) $x - y + z - 1 = 0$
19. दो समान्तर समतलों $2x + y + 2z = 8$ तथा $4x + 2y + 4z + 5 = 0$ के बीच की दूरी है
 (a) $\frac{9}{2}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $\frac{7}{2}$ (d) $\frac{3}{2}$
20. बिन्दु $(3, 2, 0)$ तथा रेखा $\frac{x-3}{1} = \frac{y-6}{5} = \frac{z-4}{4}$ से गुजरने वाले समतल का समीकरण है
 (a) $x - y + z = 1$ (b) $x + y + z = 5$ (c) $x + 2y - z = 0$ (d) $2x - y + z = 5$
21. $(2, 4, 5)$ तथा $(3, 5, -4)$ को मिलाने वाली रेखा को yz -समतल किस अनुपात में विभाजित करता है
 (a) $2 : 3$ (b) $3 : 2$ (c) $-2 : 3$ (d) $4 : -3$

22. समतल का समीकरण, जो रेखा $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{1}$ तथा बिन्दु $(0, 7, -7)$ को अन्तर्विष्ट करता है, है
 (a) $x + y + z = 1$ (b) $x + y + z = 2$ (c) $x + y + z = 0$ (d) इनमें से कोई नहीं
23. यदि रेखायें $x = 1 + s, y = -3 - \lambda s, z = 1 + \lambda s$ व $x = \frac{t}{2}, y = 1 + t, z = 2 - t$, जहाँ s व t प्राचल हैं, समतलीय हैं, तब $\lambda =$
 (a) 0 (b) -1 (c) $-1/2$ (d) -2
24. यदि रेखायें $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{4}$ तथा $\frac{x-3}{1} = \frac{y-k}{1} = \frac{z}{1}$ प्रतिच्छेद करती हैं, तो $k =$
 (a) $\frac{2}{9}$ (b) $\frac{9}{2}$ (c) 0 (d) इनमें से कोई नहीं
25. यदि $P \equiv (0, 1, 0), Q \equiv (0, 0, 1)$ हो, तब PQ का समतल $x + y + z = 3$ पर प्रक्षेप है
 (a) $\sqrt{3}$ (b) 3 (c) $\sqrt{2}$ (d) 2

मूकज :

1. d	2. c	3. a	4. d	5. b
6. a	7. d	8. b	9. a	10. c
11. d	12. c	13. a	14. a	15. d
16. c	17. a	18. b	19. c	20. a
21. c	22. c	23. d	24. b	25. c